

# ANÁLISIS DE RECIPIENTES DE PRESIÓN BOBINADOS

C. Sacco<sup>a</sup> y A. Liberatto<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Departamento de Mecánica Aeronáutica, Instituto Universitario Aeronáutico  
Av. Fuerza Aérea Argentina 6500, Córdoba.  
Email: csacco@iua.edu.ar

## RESUMEN

*El análisis de recipientes de presión fabricados con material compuesto presenta algunas dificultades debido a la complejidad en la disposición de la fibra, ya que, tanto el ángulo de la fibra como el espesor de las capas varían fuertemente en función de la forma en que se realiza el bobinado. En este trabajo se presenta un herramienta de análisis de recipientes de presión de dos tipos; el primero de ellos son los tanques denominados Tipo II que presentan un liner metálico reforzado mediante bobinados circunferenciales, mientras que el segundo son tanques denominados como Tipo IV, con un liner plástico, de baja resistencia, completamente bobinados con pasadas helicoidales y circunferenciales.*

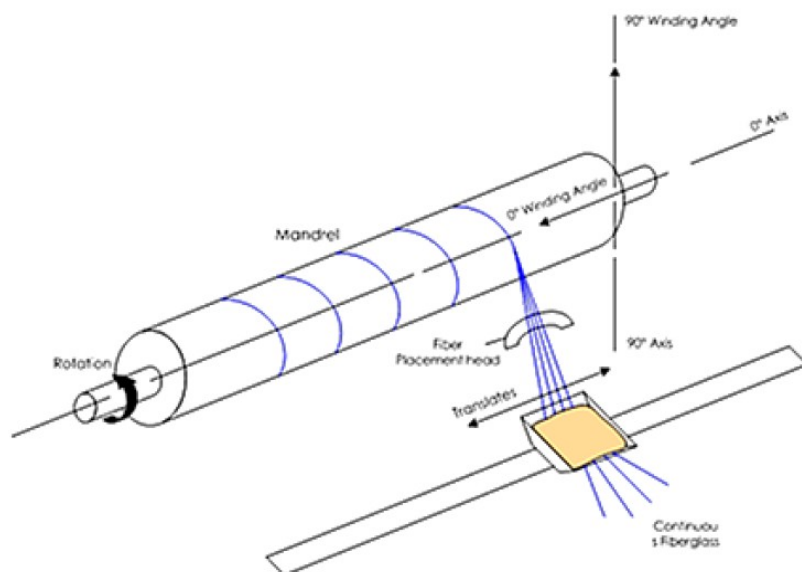
*En el primer caso el liner metálico debe llevarse al rango plástico para producir lo que se denomina el auto-zunchado, mientras que en el segundo caso se trabaja siempre en el rango elástico del material.*

**Palabras clave:** Recipiente de presión, Elementos finitos, bobinado, plasticidad.

## INTRODUCCIÓN

Los materiales compuestos han permitido mejorar en muchos casos las características mecánicas de las estructuras, un claro ejemplo de esto se puede observar en el diseño de recipientes de presión donde se ha logrado reducir el peso de los mismos casi en un 60% y se ha logrado prolongar sensiblemente su vida útil.

En el caso de los tanques de presión de material compuesto se realizan mediante la técnica de bobinado sobre un liner (metálico o plástico). En la figura (1) se muestra un ejemplo de este tipo de técnica constructiva, mediante la cual se van depositando capas de compuesto (fibra y resina) en distintos ángulos.



**Figura 1:** técnica de bobinado.

El cálculo de recipientes de presión en general presenta un grado de complejidad intermedia, hoy en día existen diversas herramientas numéricas que permiten simular el comportamiento de este tipo de estructuras utilizando métodos como Elementos Finitos o Diferencias Finitas. En el caso de trabajar con materiales compuestos se presentan algunas dificultades adicionales, como por ejemplo la ortotropía de las propiedades de los materiales y la dependencia de la geometría con la disposición del bobinado (ángulos y espesores).

En el caso de contarse con un tanque reforzado mediante fibra se puede obtener la geometría final mediante una sección de dicho tanque (el tanque debe cortarse). Sin embargo, cuando se quiere realizar un diseño la geometría no se conoce a priori, por lo cual una opción es simular el bobinado (conociendo los ángulos de bobinado y la cantidad de capas) y de esta forma generar la geometría final partiendo de la forma del *liner*.

Debido a la necesidad manifestada por la empresa INFLEX de contar con un software que permita simular y optimizar el bobinado mediante material compuesto sobre un *liner* metálico o plástico, se abordó un trabajo de desarrollo que permita, de manera fácil y ágil analizar distintas configuraciones realizando las mínimas operaciones posibles (geometrías, asignación de condiciones, asignación de materiales, cargas, etc.).

Partiendo de la premisa previa se llegó como resultado a un software de simulación basado en el método de Elementos Finitos, donde sólo se define la geometría del *liner*, mediante un CAD, luego el programa, tomando la información del bobinado (tratado de la misma forma que lo hace la máquina bobinadora) genera la geometría de cada capa y las propiedades mecánicas de las mismas. Finalmente realiza un mallado automático de la geometría generada y calcula los desplazamientos de la estructura sometida al estado de cargas definido. Como resultados se obtienen los estados de tensión y deformación en el liner y en cada una de las capas de material compuesto además se calculan los criterios de falla de Tsai-Hill y Tsai-Wu.

## METODOLOGÍA

En presente trabajo se implementó un programa para el cálculo de estructuras con simetría axial basado en el método de elementos finitos. El mismo programa permite, conocidas las características del bobinado generar la geometría final de la estructura y obtener la malla de la misma en forma automática. De la misma forma genera la distribución de ángulos de la fibra en cada sección.

En la segunda parte del trabajo se presenta la implementación del modelo de plasticidad para tratar diseño de tanques con autozunchado (tanques Tipo II).

## Ecuaciones de gobierno.

Para simular el comportamiento estructural de recipientes de presión se utiliza la hipótesis de simetría axial, que en este caso se adapta perfectamente a los requerimientos, tanto geométricos como de cargas y restricciones. Las ecuaciones diferenciales de gobierno se discretizan utilizando el método de los Elementos Finitos [1]. Planteando la energía del sistema y minimizándola se llega al siguiente sistemas de ecuaciones:

$$2\pi \int_A \delta \varepsilon^T \sigma r dA = 2\pi \int_A \delta u^T \mathbf{f} r dA + 2\pi \int_l \delta u^T \mathbf{T} r dl + \sum \delta u_i^T P_i \quad (1)$$

donde  $\mathbf{f}$  es el vector de fuerzas másicas,  $\mathbf{T}$  es el vector de fuerzas de superficie,  $P_i$  son las fuerzas puntuales,  $\sigma$  es el tensor de tensiones,  $\varepsilon$ . Por otro lado tenemos que las deformaciones son:

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{rz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial r} \\ \frac{u}{r} \\ \frac{\partial w}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

Mientras que el campo de tensiones queda definido mediante:

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_z \\ \tau_{rz} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

y la relación entre las tensiones y las deformaciones es:

$$\{\sigma\} = D \{\varepsilon\} \quad (4)$$

donde  $D$  es la matriz constitutiva que depende de las propiedades de los materiales.

Las ecuaciones anteriores se discretizan utilizando funciones de forma triangulares, llegando de esta forma a un sistema de ecuaciones algebraicas, que dependiendo de las características mecánicas de los materiales pueden ser lineales o no lineales. En la ecuación (5) se puede observar el sistema de ecuaciones resultante:

$$\sum_{e=1}^{nel} \left[ 2\pi \int_{A^e} B^T D B dA \right] U = \sum_{e=1}^{nel} \left[ 2\pi \int_{A^e} N^T f dA + 2\pi \int_{l^e} N^T T dl \right] + \sum N_i^T P_i \quad (5)$$

Para mas detalles sobre esta ecuación ver [1, 5].

#### **Ecuación constitutiva para el material compuesto.**

El campo de tensiones se relaciona con el campo de deformaciones mediante la matriz constitutiva del material  $D$ . En el caso de trabajar con materiales isótropos esta matriz se obtiene de forma sencilla, mientras que en el caso de trabajar con materiales ortótropos se deben tener en cuenta las direcciones principales del material.

En la formulación con simetría axial tiene la siguiente expresión:

$$D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & 0 \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{44} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Donde cada uno de los coeficientes es función de las propiedades mecánicas del material.

En el caso de trabajar con materiales compuestos se calculan propiedades equivalentes a partir de las propiedades de cada uno de los componentes y la forma en que se combinan los mismos. En este trabajo se utilizó la teoría de mezclas basado en la relación volumétrica entre la fibra y la resina.

#### **Teoría de Mezcla**

Esta teoría permite calcular propiedades equivalentes del material compuesto a partir de las propiedades mecánicas de cada uno de los compuestos que forman el material. Esta formulación requiere conocer los siguientes datos:

Para la fibra:

- $E_f$  módulo elástico de la fibra.
- $\nu_f$  módulo de Poisson de la fibra.
- $G_f$  módulo de corte de la fibra.
- $V_f$  volumen de fibra en el compuesto (en %).

Para la resina (o matriz):

- $E_m$  módulo elástico de la resina.
- $\nu_m$  módulo de Poisson de la resina.
- $G_m$  módulo de corte de la resina.

Tomando el eje 1 en la dirección de la fibra y los ejes 2 y 3 en dos direcciones transversales a la misma y aplicando la teoría de mezcla se obtienen las siguientes expresiones:

Módulos elásticos:

$$E_{11} = E_f V_f + E_m (1 - V_f)$$

$$E_{22} = E_f E_m / (E_f (1 - V_f) + E_m V_f)$$

$$E_{33} = E_{22}$$

Coefficientes de Poisson:

$$\nu_{12} = \nu_f V_f + \nu_m (1 - V_f)$$

$$\nu_{21} = \nu_{12} E_{22} / E_{11}$$

$$\nu_{13} = \nu_{12}$$

$$\nu_{31} = \nu_{21}$$

$$\nu_{23} = \nu_f V_f + (1 - V_f) \eta$$

$$\text{con } \eta = (1 + \nu_m - \nu_{12} E_m / E_{11}) / (1 - \nu_m^2 - \nu_m \nu_{12} E_m / E_{11})$$

$$\nu_{32} = \nu_{23}$$

(7)

Módulos de corte:

$$G_{12} = G_f G_m / (G_f (1 - V_f) + G_m V_f)$$

$$G_{13} = G_{12}$$

$$G_{23} = G_m (V_f + \eta (1 - V_f)) / (\eta (1 - V_f) - V_f E_m / E_f)$$

$$\text{con } \eta = (3 - 4\nu_m + G_m / G_f) / (4(1 - \nu_m))$$

(8)

A la matriz constitutiva se la debe rotar al sistema de ejes cartesianos pre y post multiplicando por la matriz de rotación obtenida de los datos del bobinado. Una vez realizada la rotación obtenemos:

$$\begin{aligned}
D_{11} &= q_{33} \\
D_{12} &= r_n^2 q_{13} + r_m^2 q_{23} \\
D_{13} &= r_m^2 q_{13} + r_n^2 q_{23} \\
D_{21} &= D_{12} \\
D_{22} &= r_n^4 q_{11} + 2(q_{12} + 2q_{66}) r_m^2 r_n^2 + r_m^4 q_{22} \\
D_{23} &= (q_{11} + q_{22} - 4q_{66}) r_m^2 r_n^2 + q_{12} (r_n^4 + r_m^4) \\
D_{31} &= D_{13} \\
D_{32} &= D_{23} \\
D_{33} &= r_m^4 q_{11} + 2(q_{12} + 2q_{66}) r_m^2 r_n^2 + q_{22} r_n^4 \\
D_{44} &= r_m^2 q_{44} + r_n^2 q_{55}
\end{aligned} \tag{9}$$

En estas expresiones  $r_n = \sin(\alpha)$  y  $r_m = \cos(\alpha)$  siendo  $\alpha$  el ángulo de bobinado.

$$\begin{aligned}
q_{11} &= E_{11} (1 - \nu_{23}\nu_{32}) / \eta & q_{66} &= G_{12} \\
q_{22} &= E_{22} (1 - \nu_{13}\nu_{31}) / \eta & q_{12} &= E_{11} (\nu_{12} - \nu_{31}\nu_{32}) / \eta \\
q_{33} &= E_{33} (1 - \nu_{12}\nu_{21}) / \eta & q_{13} &= E_{11} (\nu_{31} - \nu_{21}\nu_{23}) / \eta \\
q_{44} &= G_{23} & q_{23} &= E_{22} (\nu_{32} - \nu_{12}\nu_{31}) / \eta \\
q_{55} &= G_{13}
\end{aligned} \tag{10}$$

donde

$$\eta = 1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{31}\nu_{13} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}$$

### Cálculo del ángulo y el espesor del bobinado.

El ángulo del bobinado se define para las zonas rectas del *liner* mientras que en los domos el ángulo depende de la geometría de los mismos y de las capas de compuesto ya depositadas en pasadas previas y del ángulo con que se está bobinando. Una forma de calcular este ángulo es mediante la siguiente ecuación:

$$\alpha(r) = \arcsin\left(\frac{r_0}{r}\right) - \delta \left(\frac{r - r_0}{r_l - r_0}\right)^2 \tag{11}$$

donde  $r_0$  es el radio de la boca del domo,  $r_l$  es el radio de la zona cilíndrica y  $\delta$  es el ángulo de deslizamiento. Tomando  $\delta=0$  se obtiene un bobinado geodésico.

El espesor resultante de la capa es fuertemente dependiente del ángulo con el que se bobine, la ecuación (8) muestra la función espesor:

$$e(r) = \frac{r_0 \cos(\alpha(r_l))}{r \cos(\alpha(r))} \tag{12}$$

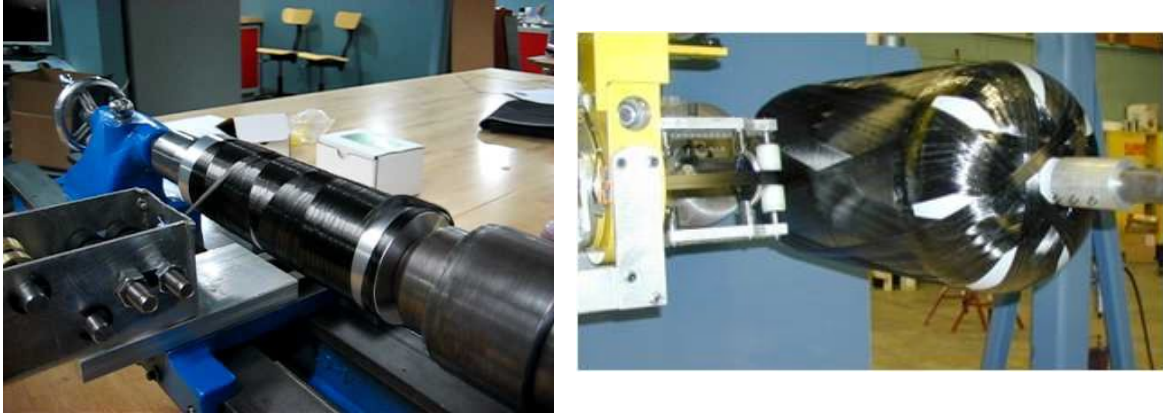
Se puede observar que esta ecuación queda indeterminada en las zonas cercanas a la boca del *liner*, donde  $\alpha(r)=90^\circ$  por lo tanto en esta zona se hace una extrapolación del espesor.

### Tipos de bobinados

En el programa se contemplan dos tipos de bobinado, helicoidal y circunferencial.

1- Bobinado helicoidal: el movimiento de rotación del mandril se combina con el movimiento de traslación longitudinal del cabezal de impregnación. Siendo este método el más frecuentemente utilizado. Los datos necesarios para definirlo son: espesor de la capa, diámetro inicial y diámetro final y ángulo.

2- Bobinado circunferencial: se trata de una variante del bobinado helicoidal pero con un ángulo de enrollado de 90°. Los datos necesarios para definirlo son: espesor de la capa, punto de inicio y fin del bobinado en coordenadas longitudinales.



**Figura 2:** ejemplos de bobinado circunferencial (izquierda) y helicoidal (derecha).

### Análisis no lineal

En el caso de los tanques tipo II, *liner* metálico y refuerzo con fibra de vidrio (bobinado circunferencial), se debe simular el auto-zunchado. Esto requiere modelar el comportamiento plástico del material. En el programa desarrollado se utiliza un algoritmo de retorno radial para la zona plástica. Este algoritmo es ampliamente utilizado y se puede ver en diversa literatura [2, 3, 4].

La función de fluencia utilizada para modelar el comportamiento plástico del material es la función de Von Misses, cuya expresión es la siguiente:

$$f(\mathbf{S}, \mathbf{q}, \alpha) = \|\mathbf{S} - \mathbf{q}\| - \sqrt{\frac{2}{3}}H(\alpha) \quad (9)$$

donde  $\mathbf{S}$  es el desviador del tensor de tensiones  $\mathbf{q}$  es el desviador del tensor de *backstress* y  $H(\alpha)$  es la ley de endurecimiento. Para este caso se utilizó una ley de endurecimiento cuya expresión es:

$$H(\alpha) = \sigma_Y - K_c \alpha \quad (10)$$

donde  $\sigma_Y$  es la tensión de fluencia,  $K_c$  es el módulo de endurecimiento isotrópico y  $\alpha$  es la acumulación de flujo plástico.

La utilización de la función de fluencia de Von Misses permite obtener una forma cerrada de la solución, la misma recibe el nombre de *retorno radial* [6]. Este algoritmo se puede describir de la siguiente forma:

1- Dado un estado ya convergido  $n$  tendremos:

$$\{\sigma_n, \mathbf{e}_n^p, \alpha_n, \mathbf{q}_n\}$$

2- Cálculo de un paso elástico, con el cual se obtiene un  $\Delta \varepsilon$

$$K \Delta \varepsilon = F_{n+1}$$

3- Se calcula el módulo de *bulk* y de corte:

$$\kappa = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

4- Cálculo de la componente volumétrica del tensor  $\sigma_n$  :

$$p_n = \sigma_n : \mathbf{1}$$

5- Cálculo del deviatórico de tensiones:

$$S_n = \text{Dev}(\sigma_n)$$

6- Cálculo de los tensores  $e_n$  y  $e_{n+1}$

$$e_n = \frac{S_n}{2G}$$

$$e_{n+1} = e_n + \text{Dev}(\Delta \varepsilon)$$

7- se calcula un estado de tensiones *trial*:

$$S_{n+1}^{trial} = 2G(e_{n+1} - e_n^p)$$

$$\xi_{n+1}^{trial} = S_{n+1}^{trial} - q_n$$

8- Evaluación de la condición de falla:

Si  $f(S_{n+1}^{trial}) \leq 0$  está en el campo elástico, por lo tanto se acepta el estado *trial*

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n$$

$$e_{n+1}^p = e_n^p$$

$$S_{n+1} = S_{n+1}^{trial}$$

$$p_{n+1} = p_n + \kappa I_1(\Delta \varepsilon)$$

$$\sigma_{n+1} = S_{n+1} + p_{n+1} \mathbf{1}$$

$$n = n + 1; \text{ Ir al punto (9)}$$

Si  $f(S_{n+1}^{trial}) > 0$  está en el campo plástico y se deben actualizar las variables:

a- Cálculo del vector normal a la superficie y el parámetro de consistencia:

$$n_{n+1} = \frac{\xi_{n+1}^{trial}}{\|\xi_{n+1}^{trial}\|} \quad \Delta \lambda = \frac{f(S_{n+1}^{trial})}{2G(1 + \frac{H_c + K_c}{3G})}$$



b- Actualización de las variables

$$\begin{aligned} q_{n+1} &= q_n + \frac{2}{3} H_c \Delta \lambda n_{n+1} \\ \alpha_{n+1} &= \alpha_n + \sqrt{\frac{2}{3}} \Delta \lambda \\ e_{n+1}^p &= e_n^p + \Delta \lambda n_{n+1} \\ S_{n+1} &= S_{n+1}^{trial} - 2G \Delta \lambda n_{n+1} \\ p_{n+1} &= p_n + \kappa I_1(\Delta \varepsilon) \\ \sigma_{n+1} &= S_{n+1} + p_{n+1} \mathbf{1} \end{aligned}$$

Ir al punto (2)

9- Fin del cálculo

La no linealidad del problema se resuelve mediante un algoritmo iterativo de Newton Raphson [3].

Los casos de análisis se plantean como una historia de carga, donde primero se debe llevar a la tensión de auto-zunchado del material y luego se analizan los estados de carga requeridos. Para obtener una mejor convergencia del algoritmo no lineal la historia de carga se subdivide en pasos mas pequeños.

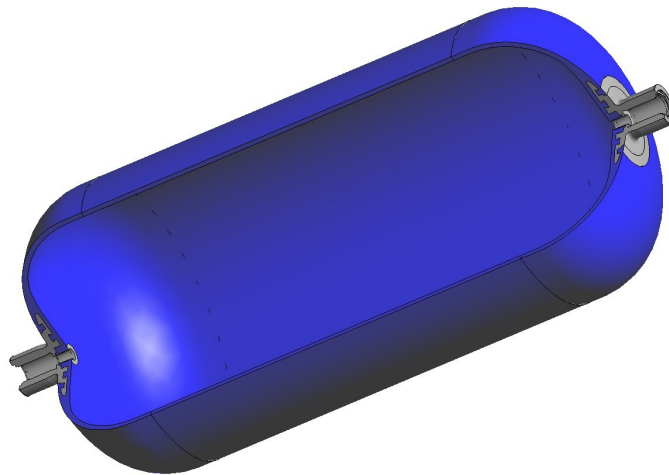
#### Generación automática de la malla del bobinado.

Una vez definido el bobinado, el programa calcula el espesor de cada una de las capas y genera una malla estructurada para cada una de las mismas. La cantidad de elementos en cada capa puede ser elegida por el usuario. Otro parámetro que se puede definir es la forma en que termina cada una de las capas en los extremos, donde en general los mejores resultados se obtienen con una disminución suave de forma cuadrática

#### RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este punto se presentan, en la primera parte, los pasos a seguir para realizar el análisis de un tanque de presión mediante el programa desarrollado y en una segunda parte se presentan los resultados obtenidos para dos tipos de tanques distintos.

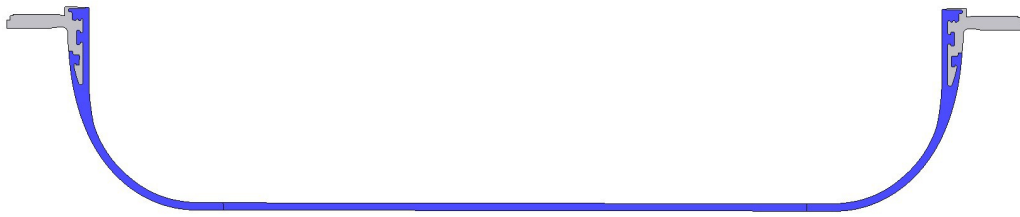
En la Figura (3) se muestra una geometría típica del *liner* de un tanque



**Figura 3:** *Liner* del tanque.

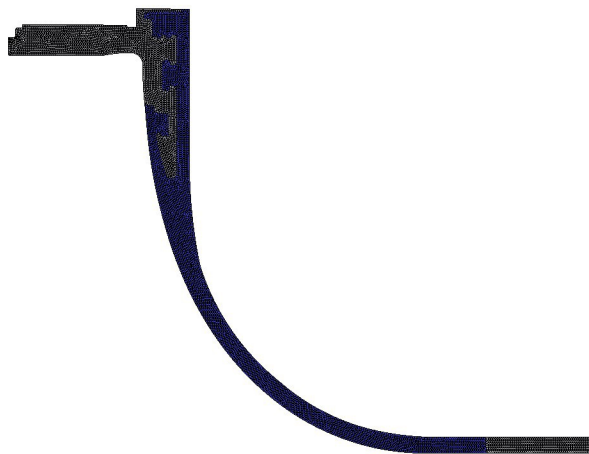


El programa de cálculo esta basado en la hipótesis de simetría axial, por lo tanto sólo hace falta modelar el perfil del tanque, como se puede observar en la Figura (4).



**Figura 4:** Sección del *liner* a analizar.

Sobre esta geometría se deben imponer las condiciones de contorno (zona donde se aplica la presión, restricciones del desplazamiento y zona donde se definirá el bobinado) los materiales y se genera la malla (Figura (5)) . El tamaño del mallado lo define el usuario, sin embargo en la práctica se ha llegado a la conclusión que un tamaño de 1mm da resultados adecuados (calidad de la solución y tiempo de ejecución).



**Figura 5:** mallado de la geometría.

Debido a que el principal objetivo del software es optimizar el bobinado, se generó una estructura del software para la modificación de las características del bobinado se puedan realizar sin necesidad de rehacer las operaciones de mallado y asignación de condiciones de contorno, de esta forma se agiliza la operación del usuario.

Los datos para definir el bobinado presentan el mismo formato que los utilizados por la bobinadora, estos se muestran en la figura (6).

Los datos ingresados son: número de capa, ángulo de la fibra, espesor de la capa, diámetro inicial y final por donde pasa la capa (en el caso de pasadas circunferenciales se ingresan las coordenadas longitudinal del inicio y fin de la asada) y finalmente se ingresa el tipo de bobinado de la capa H (helicoidal) o C (circunferencial).

Bobinado Fibra Matriz

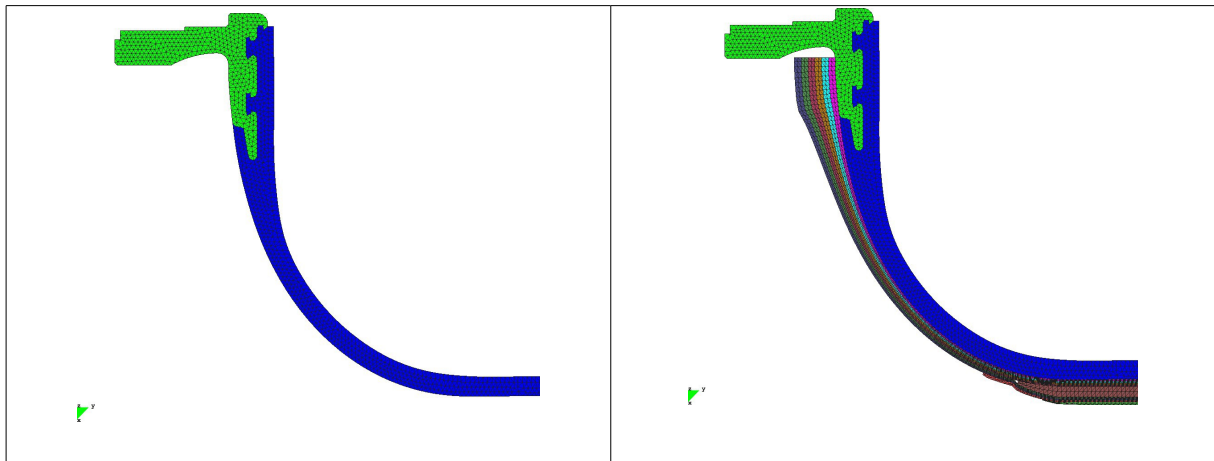
☒ Bobinado:

Capas:	#capa	Angulo	Espesor	d ini	d fin	Tipo
1	33		.0008	-.49	.49	H
2	10		.0008	-.495	.495	H
3	12		.0008	-.495	.495	H
4	14		.0008	-.495	.495	H
5	90		.0048	-.392	.392	C
6	14		.0008	-.495	.495	H
7	10		.0008	-.495	.495	H
8	64		.0008	-.407	.407	H
9	90		.0012	-.382	.382	C

Aceptar Cerrar

**Figura 6:** definición de un bobinado de 9 capas.

A partir de los datos ingresados el programa genera las capas y la malla de cada una de ellas (ver Figura (7)).

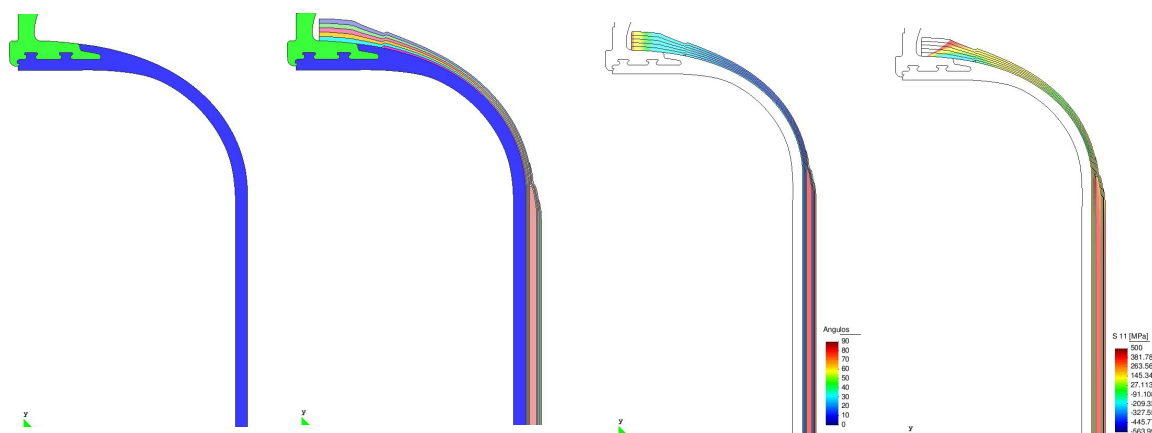


**Figura 7:** geometría final y mallado.

## Resultados

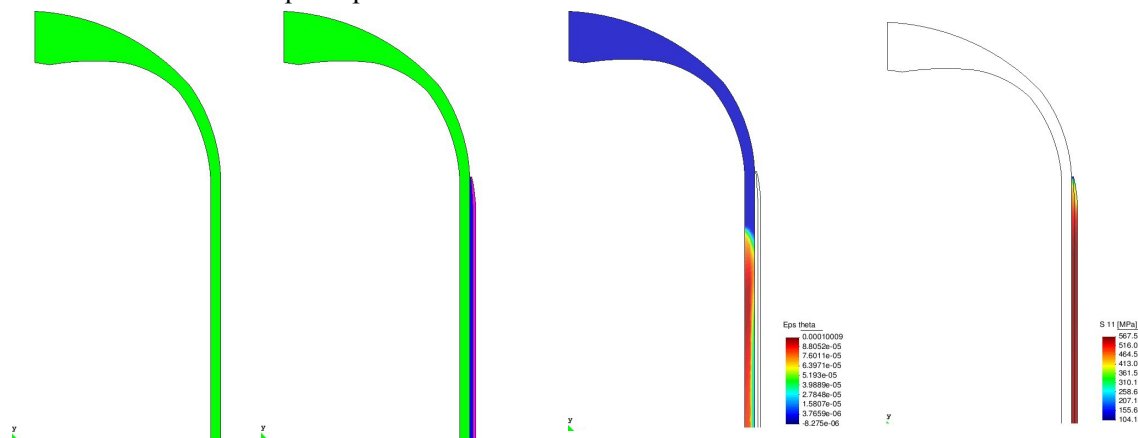
En este apartado se analizan dos casos, el primero corresponde a un tanque Tipo IV con *liner* de plástico y completamente bobinado con capas helicoidales y circunferenciales dispuestas de forma alternada mediante fibra de carbono. En el segundo caso se muestra el análisis de un tanque Tipo II con *liner* de acero y un bobinado circunferencial con fibra de vidrio en la zona cilíndrica.

### Caso 1: Análisis de un tanque Tipo IV.



**Figura 8:** Geometría del *liner* y bobinado con 11 capas circunferenciales y helicoidales; 3ra imagen muestra los ángulos del bobinado y finalmente las tensiones principales en el compuesto.

### Caso 2: análisis de un tanque Tipo II.



**Figura 9:** Geometría y resultados de deformaciones plásticas y tensiones en el compuesto para presión interna nula (después del auto-zunchado).

## CONCLUSIONES

Se presenta un programa de cálculo para tanques de presión bobinados mediante material compuesto. Poniendo especial énfasis en los requerimientos de la empresa INFLEX se obtuvo un software donde la mayor parte del pre-proceso se realiza en forma automática sin necesidad de la intervención del usuario, optimizándose de esta forma el tiempo necesario para realizar las simulaciones. Los resultados obtenidos fueron validados con numerosos ensayos llevados a cabo por la empresa, encontrándose una muy buena concordancia.

## AGRADECIMIENTO

Este trabajo se hizo posible gracias a el apoyo de la empresa INFLEX ARGENTOIL S. A.

## REFERENCIAS

1. Zienkiewicz O. C. and Taylor R. L., "Finite Elements Method: Volumen 3", (2000).
2. Bathe K. J. And Milos Kojic, "Inelastic Analisis of Solids and Structures", (2005)
3. Simo J. C. and Hughes T. J. R.. "Computational Inelasticity (Interdisciplinary Applied Mathematics)", (2000).
4. W. F. Chen, D. J. Han. "Plasticity for Structural Engenieers" (2003).
5. Oñate E. "Structural Analisis with the finite Elements Methods: Linear Static", (2013).